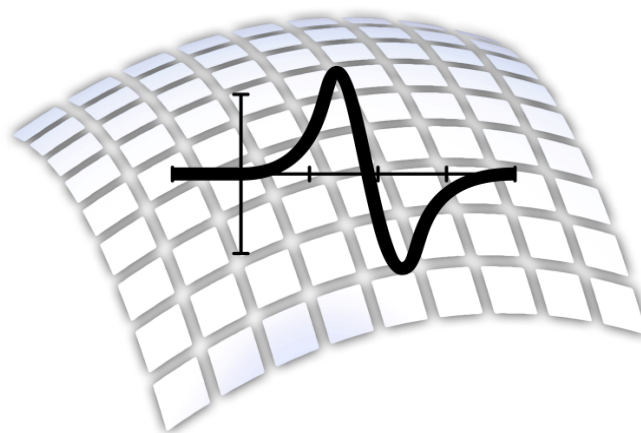


**REVISTA DE MATEMATICĂ
COLEGIUL TEHNIC "TRAIAN VUIA" GALAȚI**

Nr. 2 / 2016



AUTOmate



**PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU ELEVI ȘI PROFESORI
Martie 2016**

**ISSN 2501-2088
ISSN-L 2501-2088**

COORDONATORI:

Prof. Alina Ciubotariu - Colegiul Tehnic “Traian Vuia” Galați

Prof. Camelia Aurora Dumitrescu- Colegiul Tehnic “Traian Vuia” Galați

Prof. Gelu Homner- Director Colegiul Tehnic “Traian Vuia” Galați

Ing. Lidia Mazilu- Director adjunct Colegiul Tehnic “Traian Vuia” Galați

Echipa de redacție :

Prof. Alina Ciubotariu - Colegiul Tehnic “Traian Vuia” Galați

Prof. Camelia Aurora Dumitrescu- Colegiul Tehnic “Traian Vuia” Galați

Prof. Onel Liliana- Colegiul Tehnic “Traian Vuia” Galați

Prof. Nicoleta Vasile - Școala gimnazială “Mihail și Gavril” Comuna Smârdan, Galați

Prof. Mihaela Frîncu - Colegiul Tehnic “Traian Vuia” Galați

Matematica un sine qua

Prof. CIUBOTARIU ALINA

Este cunoscut faptul ca multe din afirmatiile matematice sunt bazate pe exemple. Exemplu este un caz sau un fapt tipic, care intruneste caracteristicile unei categorii intregi, citat pentru a lamuri, a sprijini o idee, o demonstratie.

Pentru matematicieni, problemele scolare clasice sunt banale si elementare, dar pentru elevii care se intalnesc prima data cu astfel de notiuni nu sunt astfel. La nivelul liceului, pasul cel mai important si totodata cel mai dificil il constituie predarea notiunilor abstracte si mai ales intelegerea de catre elevi a utilitatii studiului acestor notiuni.

Pentru ca un exemplu sa fie percept corect, el trebuie sa aiba: proximitate, relevanta, simplitate si elocventa fata de notiunile invatate de elev.

Astfel privind globul pamantesc, uitandu-ne la linia continua a ecuatorului, ne vine intrebarea daca aceasta se intrerupe intr-un punct, sau daca sangele continua sa circule prin organism fara oprire o viata intreaga? Calatorind cu trenul ne gandim oare aceste cai ferate se vor intrerupe undeva?

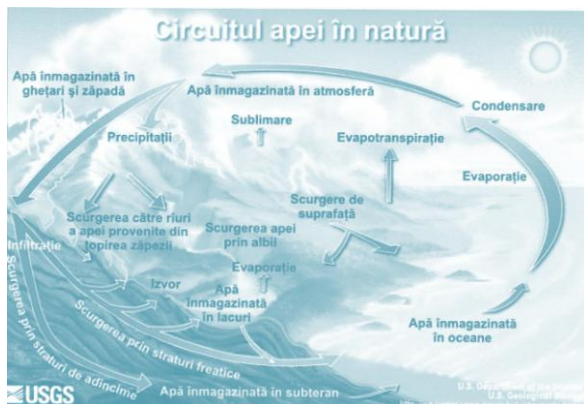


CONTINUITATEA IN CHIMIE

Exista o continuitate in domeniul chimic: ea are loc intre circuitul ionic (cel din solutie) si circuitul electronic (care inchide circuitul celulei de electroliza). Pentru a se realiza trebuie indeplinita conditia : cantitatea de electricitate transportata de electronii cedati sa fie egala cu cea transportata de ionii din solutie, adica numarul de

electroni cedati sa fie egal cu numarul de electroni acceptati de catod. Se intelege, ca trecerea curentului electric printr-o solutie este posibila atat timp cat exista ioni liberi in solutie.

CONTINUITATEA APEI IN NATURA



Circuitul apei in natura denumit uneori si circuitul hidrologic sau circuitul apei este procesul de circulatie a apei in cadrul hidrosferei Pamantului.

Apa care se evapora ajunge in nori. Acolo vaporii se unesc si formeaza icaturi de ploaie care datorita greutatii lor cad la sol si intra in apa freatica de unde ajung in rauri, izvoare, lacuri respectiv mari si oceane de unde se evapora si se reia ciclul.

CONTINUITATEA ENERGIEI



Alimentarea cu energie electrica a consumatorilor industriali se face prin racordarea lor la retelele furnizorilor pe baza unor relatii tehnico-economice care se stabilesc intre consumatori si unitatea furnizoare din zona respectiva



CONTINUITATEA VIETII

Continuitatea vietii pe Pamant din cele mai vechi timpuri si pana in prezent este conditionata de existenta si rezervele de resurse naturale care stau la baza dezvoltarii social-economice a oricarui stat. Normele sociale reprezinta elemente principale de rationalizare si normalizare a conduitelor contribuind la stabilirea si continuitatea vietii sociale.

Darwin era absolut convins ca exista o continuitate intre speciile regnului animal in privinta capacitatilor emotionale, cu alte cuvinte ca exista o dezvoltare treptata a facultatilor mentale, de la speciile animale primitive, lipsite de inteligenta si emotii, pana la specia cea mai inteligenta si mai inalt emotionala – omul.



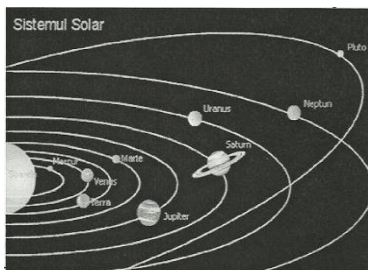
CONTINUITATEA HIDROSFEREI



Apele oceanului planetar prezinta continuitate, deoarece din oricare punct aflat pe suprafata oceanului se poate ajunge in oricare punct al acestuia, fara a traversa uscatul.



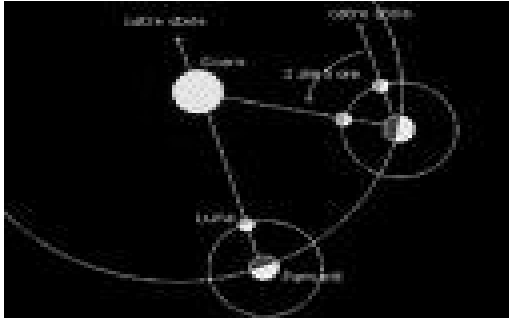
CONTINUITATEA IN ASTRONOMIE



Planetele se misca in sens direct in jurul soarelui pe orbite eliptice si se rotesc in sens direct in jurul axelor proprii, cu exceptia planetelor Venus si Uranus care se rotesc in sens retrograd.



CONTINUITATEA MISCARII DE REVOLUTIE



Datorita gravitatii permanente a soarelui, pamantul sufera o miscare de rotire in jurul soarelui.



CONTINUITATEA TAMPULUI

Continuitatea timpului este sustinuta atat de simtul comun, datorita perceperii lucrurilor si evenimentelor ca desfasurandu-se fara treceri bruste si astfel a posibilitatii de a diviza la infinit orice interval de timp, cat si de considerate de natura filosofica, stiintifica ori teologica.

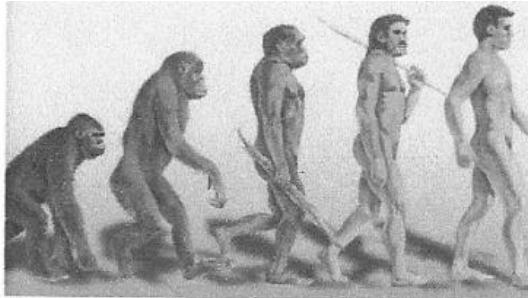


CONTINUITATEA IN BIOLOGIE



Inima are doua pompe musculare: una dreapta si una stanga. Pompa din partea dreapta sau circulatia mica indruma sangele in plamani, unde se oxigeneaza. De aici ajunge in partea stanga a inimii si prin circulatia mare se impanzeste in tot corpul. Aceasta reprezinta o continuitate a sangelui

CONTINUITATEA SPECIEI UMANE



Biologic vorbind, principiul masculin este mai prolific decat cel feminin, continuitatea speciei bazandu-se pe existenta a cat mai multor femei. De asemea cu ajutorul inteligentiei sale ascutite, omul isi asigura continuitatea supravetuirii.

CONTINUITATEA IN FIZICA

Ideea de continuitate este legata de conceptul cheie a fizicii clasice: causalitatea locala. Fiecare fenomen fizic poate fi inteles ca un sir continuu de cauze si efecte: pentru fiecare cauza exercitata unui anumit punct corespunde un efect pentru infinitatea de puncte apropiate si la fiecare efect resimtit de un anumit punct corespunde o cauza pentru infinitatea de puncte alaturate.

Continuitatea curentului electric: trecerea curentului electric prin conductoarele metalice nu este insotita, practic, e o deplasarea de masa. Ea poate continua la infinit fara sa se produca o modificare observabila in masa.

CONTINUITATEA IN LOGICA

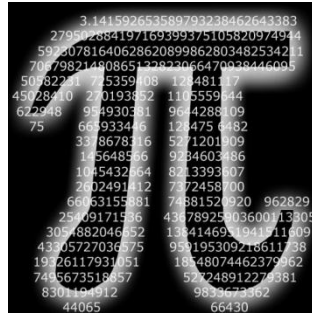
Legea cauzei si a efectului: orice cauza are efectul sau, orice efect are o cauza, totul se intampla conform legii, hazardul nu este decat un nume dat unei legi necunoscute. Un eveniment este ceea ce survine, se produce ceea ce se intampla ca rezultat sau ca o consecinta a unui eveniment. Un eveniment creeaza prin el un alt eveniment, el constituie o veriga in marele lant al evenimentelor ordonate. Exista o continuitate in toate evenimentele precedente, rezultate si urmatoare.

CONTINUITATEA IN ARHITECTURA

La baza teoriei spatiului architectural ca spatiu existential sta idea ca spatiu architectural trebuie sa fie inteles ca o concretizare a imaginii mentale despre mediul inconjurator construit. Omul trebuie sa se aseze intr-un loc din care sa plece si la care sa se intoarca in permanenta. In afara locului personal fiind, celalalte locuri devin o continuare a propriului spatiu existential; nu avem intrerupere



Numărul



Profesor Frîncu Mihaela

Colegiul Tehnic “Traian Vuia” Galați

Numărul π este o constantă matematică a cărei valoare este egală cu raportul dintre circumferința și diametrul oricărui cerc într-un spațiu euclidian sau cu raportul dintre aria unui cerc și pătratul razei sale. π este una dintre cele mai importante constante matematice, fiind conținută în multe formule de matematică, fizică, inginerie etc. Numărul π este un număr irațional, a cărui valoare este egală în varianta scurtă cu 3,14.

Originea literei grecești π : prima literă a cuvintelor grecești “perifereia” (periferie) și “perimetros” (perimetru)

Alt nume pentru numărul π : “Constanta lui Arhimede”, deoarece Arhimede a fost primul care a încercat să calculeze valoarea lui π cu exactitate (a observat că această mărime poate fi limitată superior și inferior înscriind cercurile în poligoane regulate și calculând perimetrul poligoanelor exterioare și respectiv inferioare).

Proprietăți ale numărului π :

- este irațional (i.e. nu poate fi scris ca raport a două numere întregi) – irationalitatea sa a fost demonstrată complet abia în secolul 18;
- este transcendent (i.e. nu există nici un polinom cu coeficienți raționali care să-l aibă pe π ca rădăcină), de unde rezultă următoarea proprietate;
- nu este construibil geometric (i.e. nu se poate construi cu rigla și compasul un pătrat cu aria egală cu cea a unui cerc dat – aceasta este o problemă de geometrie veche și celebră, cunoscută sub numele de “Cuadratura cercului”, care este o problemă fără soluție);
- are un număr infinit de zecimale care nu conțin secvențe ce se repetă; acest șir infinit de cifre a fascinat numeroși matematicieni, iar în ultimele secole s-au depus eforturi semnificative pentru a investiga proprietățile acestui număr; totuși, în ciuda muncii analitice și a calculelor realizate pe supercalculatoare care au calculat 10 mii de miliarde de cifre ale lui π , nu s-a descoperit nici un șablon identificabil în cifrele găsite.

TEOREME REMARCABILE PENTRU CERC

Prof. Vasile Nicoleta Mariana,
Școala Gimnazială Mihail și Gavril, com. Smârdan

Prima teorema a lui Ptolomeu Fie $ABCD$ un patrulater convex. Atunci patrulaterul $ABCD$ este inscriptibil dacă și numai dacă există egalitatea :

$$AC \cdot BD = BC \cdot AD + AB \cdot CD$$

Demonstrație Considerăm patrulaterul $ABCD$ inscriptibil și cercul $C(O; r)$ circumscris lui (Figura 1). Ducem prin A dreapta AM astfel încât unghiul $\sphericalangle BAM$ să fie congruent cu unghiul $\sphericalangle CAD$. Atunci, triunghiurile $\triangle ABM$ și $\triangle ACD$, $\triangle AMD$ și $\triangle ABC$ sunt asemenea deoarece au câte două unghiuri respectiv congruente. Rezultă, din proporționalitatea laturilor, relațiile: $AB \cdot CD = AC \cdot MB$ și de asemenea $BC \cdot AD = AC \cdot MD$. Adunând cele două relații obținem $AB \cdot CD + BC \cdot AD = AC \cdot BD$.

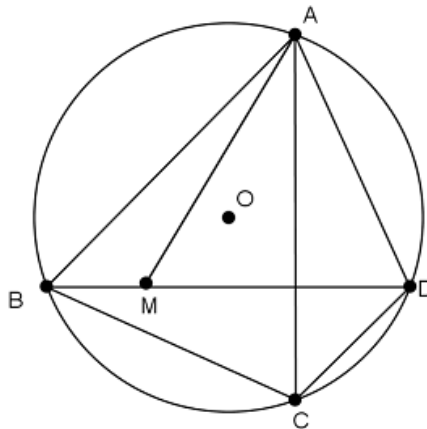


Figura 1

Presupunem prin absurd că $ABCD$ nu este inscriptibil. Atunci conform teoremei I.4.12 rezultă că $AC \cdot BD < AB \cdot CD + BC \cdot AD$, ceea ce contrazice egalitatea data prin ipoteză. Prin urmare, patrulaterul $ABCD$ este inscriptibil. În cazul unui dreptunghi, prima teoremă a lui Ptolomeu devine teorema lui Pitagora.

A doua teorema a lui Ptolomeu Lungimile diagonalelor unui patrulater inscriptibil $ABCD$ sunt în același raport ca sumele produselor lungimilor laturilor care se întâlnesc în extremitățile lor, adică $\frac{AC}{BD} = \frac{AB \cdot AD + BC \cdot CD}{AB \cdot BC + CD \cdot AD}$.

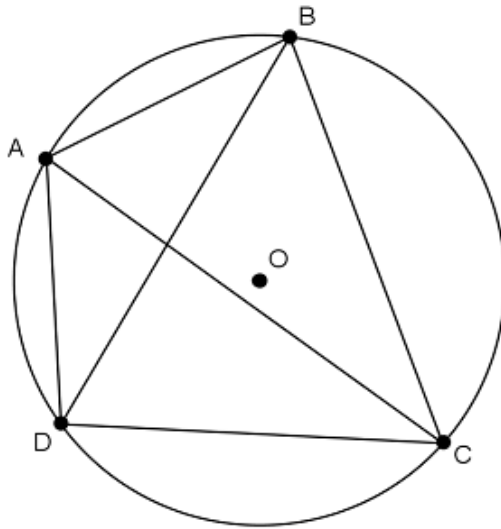


Figura 2

Fie punctul I punctul comun diagonalelor $[AC]$ și $[BD]$. De asemenea triunghiurile $\triangle AIB \sim \triangle DIC$ și $\triangle AID \sim \triangle BIC$ ce ne conduce la următoarele proporționalități de segmente : $\frac{AI}{DI} = \frac{BI}{CI} = \frac{AB}{DC}$ și $\frac{AI}{BI} = \frac{DI}{CI} = \frac{AD}{BC}$. Rezultă că

$$\frac{AI}{CI} = \frac{AB \cdot AD}{BC \cdot CD} \Leftrightarrow \frac{AC}{CI} = \frac{AB \cdot AD + BC \cdot CD}{BC \cdot CD}.$$

Analog rezultă că $\frac{BD}{ID} = \frac{AB \cdot BC + AD \cdot CD}{AD \cdot CD}$.

Împărțind membru cu membru aceste ultime două egalități și având în vedere că $\frac{DI}{CI} = \frac{AD}{BC}$, după simplificare obținem relația din enunț.

Observație Teorema apare prima dată în opera lui Brahmagupta. Ea poartă numele de teorema lui Ptolomeu deși nu îi aparține.

Toarema lui Brahmagupta Dacă a, b, c, d sunt lungimile laturilor patrulaterului inscriptibil $ABCD$ și m, n sunt lungimile diagonalelor acestuia, atunci au loc formulele:

$$m^2 = \frac{(ad + bc)(ac + bd)}{ab + cd}$$

$$n^2 = \frac{(ab + cd)(ac + bd)}{ad + bc}$$

Demonstrație Teoremele lui Ptolomeu aplicate patrulaterului înscrisibil $ABCD$ conduc la

$m \cdot n = ac + bd$ și $\frac{m}{n} = \frac{ad + bc}{ab + cd}$. Înmulțind membru cu membru cele două egalități

obținem prima formula din enunțul teoremei. Împărțind cele două relații obținem a doua formula din enunțul teoremei. (Figura 2)

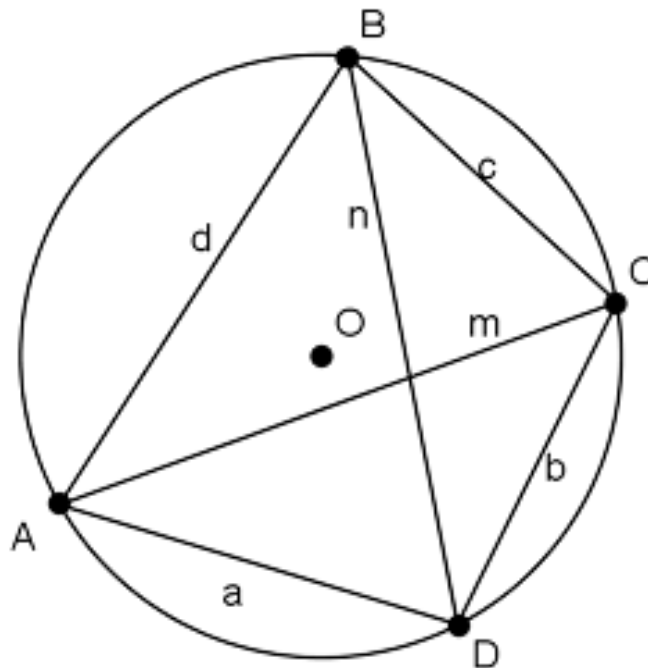


Figura 2

Teorema lui Pappus Dacă un patrulater este înscris în cerc, produsul distanțelor unui punct al cercului la două laturi opuse este egal cu produsul distanțelor la celelalte două laturi opuse.

Demonstrație (Figura 3) Fie $ABCD$ un patrulater înscris în cercul $C(O; r)$ și un punct M situate pe cerc, iar A', B', C', D' proiecțiile lui M pe laturile $[AB], [BC], [CD], [DA]$.

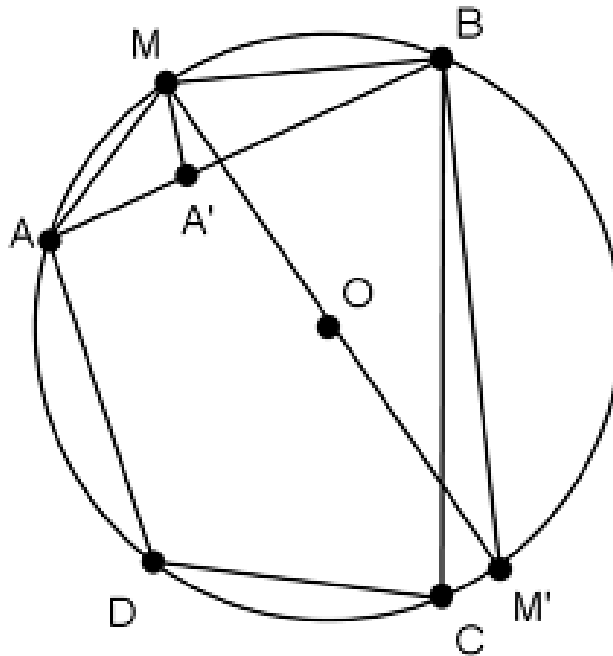


Figura 3

Construim diametrul MM' . Rezultă că $\triangle MAA' \sim \triangle MM'B$ și din proporționalitatea laturilor celor două triunghiuri obținem relația $MA' = \frac{MA \cdot MB}{2r}$ (1). În mod analog obținem :

$$MB' = \frac{MB \cdot MC}{2r} \quad (2) ; \quad MD' = \frac{MA \cdot MD}{2r} \quad (3) ; \quad MC' = \frac{MC \cdot MD}{2r} \quad (4).$$

Înmulțind membru cu membru egalitățile (1) și (4) obținem :

$$MA' \cdot MC' = \frac{MA \cdot MB \cdot MC \cdot MD}{4r^2} \quad (5).$$

Înmulțind membru cu membru egalitățile (2) și (3) obținem :

$$MB' \cdot MD' = \frac{MA \cdot MB \cdot MC \cdot MD}{4r^2} \quad (6).$$

Din (5) și (6) rezultă ceea ce trebuia demonstrat.

MATEMATICA ȘI BIOLOGIA BAZA EREDITĂȚII

ONEL LILIANA

Colegiul Tehnic "Traian Vuia" Galați

Gregor Mendel a fost un modest profesor de matematică, care și-a ridicat la rangul de legi biologice rezultatele îndelungatei sale activități, lucru făcut abia de biologii de la începutul secolului trecut.

Ei au fost uimiți de simplitatea uluitoare a mecanismelor descoperite de Mendel, prin care demonstrează că natura conservă peste veacuri realizările evoluției sale.

Prima lege a eredității, este *legea uniformității hibrizilor* din prima generație, sau *legea dominantei*. Descendenții părinților homozigoți, în privința diferitelor alele seamănă perfect unul cu altul. Fenotipul lor este determinat de alelele dominante ale unuia dintre părinți.

Cum se moștenește de la părinți la copii culoarea ochilor?

Să presupunem ca tatăl are ochi căprui și mama albaștri. Copiii ce ochi vor avea?

Prima lege a lui Mendel afirmă că toți copiii vor avea ochii de culoarea corespunzătoare alelei dominante. Genele ochilor căprui sunt dominante față de genele ochilor albaștri. Deci toți copiii vor avea ochi căprui. Dar numai dacă tatăl va fi homozigot în ceea ce privește alelele ochilor căprui. Realitatea unei asemenea variante este posibilă numai dacă în neamul tatălui n-au existat strămoși cu ochi albaștri (sau au existat, dar el n-a moștenit gena "ochilor albaștri").

La fecundarea ovulului matern, fiecare dintre cei doi cromozomi paterni înzestrați cu gene de ochi căprui se poate uni cu oricare dintre cei doi cromozomi materni purtători de alele corespunzătoare ochilor albaștri. Cu care anume...este rolul întâmplării!

Nu este greu de înțeles că sunt posibile patru variante ale unei asemenea asocieri. Toate sunt calitativ uniforme, heterozigote. Cromozomii perechi conțin diferite gene cu acțiune similară: alela ochilor căprui și alela ochilor albaștri. Întucât prima domină față de cea de-a doua, toți descendenții heterozigoți vor avea ochi căprui.

Aici putem vedea încă o dată ilustrarea unui principiu genetic: oameni, animale și plante cu același fenotip, adică însușiri interne și externe, pot avea diferite genotipuri, diferite garnituri de gene.

Fenomenul este explicabil. Multe gene recesive prezente în genotip, reprimare de genele dominante, nu se exteriorizează în fenotip.

Legea dominanței acționează nu numai la moștenirea ochilor căprui sau albaștri. Se cunosc genele care determină culoarea închisă a părului domină genele pentru păr blond. Domină părul creț față de cel lins. La cai, surul e mai expresiv decât murgul, murgul decât negrul, negrul decât roibul. La oi cele cu lână scurtă față de cele cu lână lungă. Asemenea exemple se pot da la infinit.

Aplicații.

1. *Într-o turmă de oi brumării s-au născut 303 miei dintre care 101 erau negri, iar restul brumării ca și părinții. Stabiliți genotipurile părinților și descendenților și raporturile dintre ele.*

2. *Prin încrucișarea a două plante cu flori roz (Aa) s-au obținut trei tipuri de plante: cu flori roșii (caracter dominant), cu flori albe (caracter recesiv) și cu flori roz. Conform primei legi a lui Mendel, în F2 (descendența organismelor de tipul Aa) trebuia să se obțină două tipuri de plante, în raport de segregare fenotipic de 3:1.*

a. Stabiliți genotipurile plantelor cu flori roșii și albe.

b. Precizați genotipul celor 3 tipuri de plante.

c. Scrieți și explicați raportul de segregare după fenotip.

d. Numiți și definiți fenomenul întâlnit în acest caz.

Aplicații utile pentru pregătirea examenului de bacalaureat

clasa a X-a

prof. Dumitrescu Camelia

Colegiul Tehnic "Traian Vuia" Galați

1) Să se calculeze: $\left(\frac{7}{48} + \frac{13}{24} - \frac{3}{4}\right) \cdot 6\frac{2}{5} - 0,1$

$$\left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \frac{14}{11} : \frac{33}{484} - (-2)^3 - \left(\frac{2}{3}\right)^2 : \frac{4}{9}$$

2) Să se rezolve ecuațiile:

a) $4(3+x) - 3(2x-5) = 6 - x - 2(3-5)$

b) $(3x-4)(x-1) = 20$

c) $(x+1)(x-2) - 3(x-1) = -2x$

c) $\frac{x+1}{3} - \frac{x-2}{6} - 1 = \frac{x+1}{5} + 4$

3) Să se calculeze a_5 și S_{10} pentru o progresie aritmetică $(a_n)_{n \geq 1}$ știind că $a_{30} = 97$ și $a_{31} = 102$

4) Să se calculeze a_{10} și S_{15} pentru o progresie aritmetică (2p) $(a_n)_{n \geq 1}$ știind că $a_5 = 16$, $a_9 = 64$.

5) Să se determine $x \in \mathbb{R}$ astfel încât numerele:

a) $3x-1$; $2x+3$; $4x+10$ să fie în progresie aritmetică.

b) $4x+3$; $x-\frac{9}{2}$; $3x-7$ să fie în progresie aritmetică.

6) Fie $A(3,2)$, $B(-3,6)$, $C(4,7)$. Să se calculeze: \overrightarrow{OA} , \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{OC} , \overrightarrow{OB} , $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{OC}|$

Să se demonstreze că:

7. $2^2 + 6^2 + \dots + (4n-2)^2 = \frac{4n(2n-1)(2n+1)}{3}$; $\forall n \geq 1$

8. $\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \frac{1}{3n+1} > 1, \forall n \geq 1$

9. $7^{2n}-1$ este divizibil cu 48

10. $1^2+3^2+5^2+\dots + (2n-1)^2 = \frac{n(4n^2-1)}{3}; \forall n \geq \mathbb{N}^*$

11. $\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n} > \frac{13}{24}; \forall n \geq 2$

12. $6^{2n-1}+1$ este divizibil cu 16, $\forall n \geq \mathbb{N}^*$

13. Să se scoată factori de sub radicali :

a) $\sqrt{\frac{32}{45}}$; b) $\sqrt[3]{\frac{5400}{-96}}$ c) $\sqrt{\frac{512}{125}}$; d) $\sqrt[3]{\frac{-625}{686}}$

14. Să se calculeze:

$(3-\sqrt{3})(5\sqrt{3}-1)$

$(\sqrt{2} + 3)(5\sqrt{2}-1)$

15. Să se aducă la o formă mai simplă:

$$\frac{24^{\sqrt{192}} \cdot 18^{\sqrt{27}}}{9^{\sqrt{3}} \cdot 4^{\sqrt{12}}}$$

$$18^{\sqrt{8}} \cdot 4^{2\sqrt{2}}$$

$$8^{\sqrt{18}} \cdot 6^{\sqrt{2}}$$

16. Să se determine $x \in \mathbb{R}$ astfel încât :

$2^{-x} \leq \sqrt[3]{64}$

$\left(\frac{1}{3}\right)^{-x} \leq 27$

17. Să se determine $x \in \mathbb{R}$ încât să existe $\sqrt{x^2 - 5x + 6}; \sqrt{-x^2 + 3x - 2}$

